Mathematischer Brückenkurs (Mathe/Info) **Antworten zum Übungsblatt 7**
Dr. Anton Malevich

Aufgaben des Präsenzblattes

Aufgabe 7.1 a) $16x^3 - 6x$, b) $\frac{3\sqrt{x}}{2}$, c) $\frac{7\sqrt{x^7}}{2x}$, d) $-\frac{45}{2\sqrt{x^{11}}}$, e) $\frac{1+2x}{2\sqrt{x^2+x}}$, f) $x\cos x + \sin x$.

Aufgabe 7.2 a) $\frac{1}{2\sqrt{x+1}}$, $-\frac{1}{4\sqrt{(x+1)^3}}$; b) $\frac{2}{(x+1)^2}$, $-\frac{4}{(x+1)^3}$; c) $\frac{2x}{x^2+1}$, $\frac{2(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$.

Aufgabe 7.3 a) $(-1)^n e^{-x}$, b) $2^n e^{2x}$.

Aufgabe 7.4 a) überall monoton wachsend;
b) monoton wachsend auf $(-\infty, 0)$, monoton fallend auf $(0, \infty)$.

Aufgabe 7.5

a) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{2\sqrt{3}}{9}\right)$ lokales Maximum, $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{2\sqrt{3}}{9}\right)$ lokales Minimum;

b) $\left(\frac{1}{e}, -\frac{1}{e}\right)$ lokales Minimum.

Aufgabe 7.6

a) $\min\limits_{x\in[-1,5]} f(x) = -1$, $\max\limits_{x\in[-1,5]} f(x) = 575$;

b) $\min\limits_{x\in[0,\sqrt{\pi}]} f(x) = 0$, $\max\limits_{x\in[0,\sqrt{\pi}]} f(x) = 1$;

Aufgaben des Extrablattes

Aufgabe 7.1 a) $\frac{x\ln x+2x+2}{2x\sqrt{1+x}}$, b) $\frac{x}{\tan x}+\ln(\sin x)$, c) $-xe^x(x-2)$, d) $\frac{2}{\cos(4-2x)^2}$, e) $\frac{1}{2\sqrt{x}(1+x)}$, f) $\frac{e^{1+\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$, g) $\frac{1}{(1+x)^2}$, h) $\frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$, i) $\frac{1}{\sin x}\left(\frac{1}{x} - \frac{\ln x}{\tan x}\right)$.

Aufgabe 7.2 a) $2x\big(\cos 2x - x\sin 2x\big)$, $(2-4x^2)\cos 2x - 8x\sin 2x$; b) $\frac{1}{\cos^2 x}$, $\frac{2\tan x}{\cos^2 x}$; c) $\frac{1}{x^2+1}$, $-\frac{2x}{(x^2+1)^2}$; d) $\frac{x\cos x-\sin x}{x^2}$, $\frac{2x\cos x+(x^2-2)\sin x}{x^3}$; e) $\sin 2x$, $2\cos 2x$.

Aufgabe 7.3 a) $\frac{(-1)^n(n+1)!}{(x+1)^{n+1}}$, b) $(-1)^n e^{-x}(x-n)$,
c) $10\cdot 9\cdots(10-n+1)\cdot x^{10-n}$ für $n \le 10$, sonst 0.

Aufgabe 7.4 a) überall monoton wachsend;
b) monoton fallend auf $(-\infty, 0)$, monoton wachsend auf $(0, \infty)$;
c) fallend aud $(-\infty, 0)$ und $\left(0, \frac{1}{2}\right)$, wachsend auf $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$;
d) überall monoton wachsend, aber streng monoton wachsend auf $\big(\pi(2k-1), \pi(2k+1)\big)$ für alle $k \in \mathbb{Z}$.

Aufgabe 7.5

a) $(0, 1)$ lokales Minimum;

b) $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2e}}{2e}\right)$ lokales Minimum, $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2e}}{2e}\right)$ lokales Maximum,

c) $\left(\frac{4}{3}, -\frac{\sqrt[3]{4}}{2}\right)$ lokales Minimum; $(2, 0)$ lokales Maximum.

Aufgabe 7.6

a) $\max\limits_{x\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)} f(x) = 0$, Minimum wird nicht erreicht;

b) $\min\limits_{x\in[-5,5]} f(x) = -e^4$, $\max\limits_{x\in[-5,5]} f(x) = 0$.

Aufgabe# 7.7

a) Kritische Punkte: $x = 0$ Minimum $x = 1$ Maximum, $x = 3$ Minimum.
$\min\limits_{x\in[-1,4]} f(x) = f(3) = 0$, $\max\limits_{x\in[-1,4]} f(x) = f(4) = e^4$.

b) Kritischen Punkte: $x = 0$ Maximum, $x = \frac{1}{e}$ Minimum.
$\min\limits_{x\in[-1,2]} f(x) = f\left(\frac{1}{e}\right) = 2$, $\max\limits_{x\in[-1,2]} f(x) = f(2) = 4e\ln 2$.

Aufgabe# 7.8 a) $x = 1$, b) $x = 2$, c) $x = 0$, d) $x = 0$, e) $x = \pm 1$, f) $x = 0$, g) $x = \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.